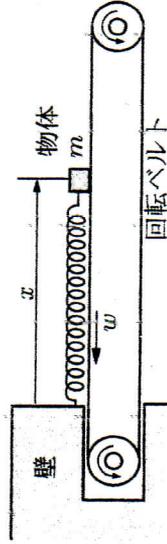


[1] 図のように、大きさが無視できる質量  $m$  の物体が、水平なばねで壁とつながれ、回転ベルトの水平部分の上に置かれている。ばねは十分に長い自然長  $d$  を持ち、ばね定数は  $k$  である。物体とベルトの間の静止摩擦係数は  $\mu_1$ 、動摩擦係数は  $\mu_2$  で、 $\mu_1 > \mu_2$  である。回転ベルトの上側のベルトは、図のように壁に向かって一定の速さ  $w$  で動かすことができる（以後、回転ベルトの上側のベルトを単にベルトと呼ぶ）。 $w$  の大きさを変化させたとき、 $w$  のある値を境にして、物体の運動の様子が大きく変化するのが観測された。物体、静止した壁に対する（壁から見た）運動と、動いているベルトに対する（ベルトから見た）相対運動とに注意しながら、この変化について考察しよう。壁面を原点とする物体の位置座標を  $x$ 、図の右向きを  $x$  の正の向きとし、重力加速度を  $g$  として、以下の記述の中の間隙に答えよ。



I. まず、ベルトが静止した状態 ( $w = 0$ ) で、 $x = d$  の位置に、物体をベルトの上に静止させて置いた。次に、小さな  $w$  でベルトを動かした。すると、物体はベルトに運ばれて壁に近づき、ある位置  $x = x_0$  で、ベルトに対して右向きに、静かに（ベルトに対する相対的な初速度 0 で）すべりだした。

問 1  $x_0$  を、 $d, m, k, \mu_1, \mu_2, w, g$  の中の必要なものを用いて表せ。

II. 今度は、まず物体を上で決めた  $x = x_0$  の位置まであらかじめ手で移し、一定の速さ  $w$  で動いているベルトの上で静かに手を離れた。すると、物体は壁に対する初速度 0 で右向きにすべりだした。この後の物体の運動を見てみよう。

問 2 物体が右向きにすべっているとき、物体の位置を  $x$ 、加速度を  $a$ （右向きを正の向きとする）として、物体の運動方程式を求めよ。

この運動方程式は、あるみかけの自然長  $L$ 、ばね定数  $k$  の水平なばねで壁につながれた質量  $m$  の物体の、摩擦のない水平面上での運動の運動方程式と同じである。したがって、物体の運動を、このような単純な状況での運動に置きかえて考えることができる。

問 3  $L$  を、 $d, m, k, \mu_1, \mu_2, w, g$  の中から必要なものを用いて表せ。

問 4 物体が壁から最も離れる位置（最大伸びの位置）を  $x = x_M$  として、 $x_M$  を、 $L$  と  $x_0$  を用いて表せ。

$x = x_M$  の位置では物体は壁に対して静止するが、この時もベルトは壁に向かって動いている。したがって、物体のベルトに対する相対的な運動の向きは変わらず、物体に働く摩擦力の向きも変わらない。この後、物体は壁の向きに加速され、ベルトと同じ速さになったところで、ベルトに対して静止する。その瞬間まで、物体は上で述べた摩擦のない水平面上での運動方程式に従って運動する。

問 5 ベルトに対して静止する位置の  $x$  の値を、 $L, x_0, m, k, w$  を用いて表せ。結果だけでなく、その導出の過程も記せ。

物体がいったんベルトに対して静止すると、摩擦は動摩擦から静止摩擦に変わるので、この後、物体はベルトに対して静止したまま、ベルトに運ばれて壁に近づき、 $x = x_0$  で再びすべりだす。

III. 次に、 $w$  を少しずつ増加させながら、同様に  $x = x_0$  で手を離す実験をくり返した。すると  $w$  がある値  $w_c$  を超えたとき、物体はベルトに対して静止することなく、単振動を続けるようになった。

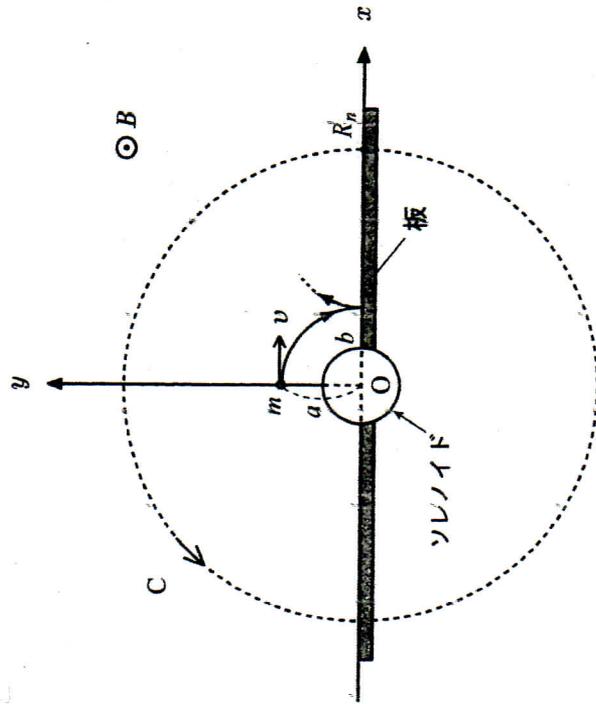
問 6  $w_c$  を、 $m, k, \mu_1, \mu_2, g$  を用いて表せ。

このように、 $w$  が十分大きいときには、ベルトと物体の間に摩擦があるにもかかわらず、物体は単振動を継続する。

[ 2 ] 以下の文中の  にふさわしい式または語句を解答欄に記入せよ。

補足説明：重力の影響は考えなくてよい。

図のように、厚さの無視できる十分広い平らな板が平面  $y = 0$  に固定され、 $z$  軸の正の向き（この紙面に垂直で裏から表に向かう向き）に、磁束密度  $B$  の時間的に変化しない一様な磁場（磁界）が全空間に存在している。さらに、半径  $b$  の無限に長い円筒状のソレノイドが、その中心軸が  $z$  軸に一致するように設置されている。ソレノイドに電流を流すことにより、その外部の磁場を変えずに、内部に一樣な磁場を加えることができる。



最初、ソレノイドには一定の電流が流れていて、ソレノイドの内部の磁束密度の  $z$  成分は  $B + B_1$  に保たれている。板からの距離が  $a$  ( $a > b$ ) の点  $(x, y, z) = (0, a, 0)$  から、質量  $m$ 、電荷  $q$  の小球を  $x$  軸の正の向きに速さ  $v$

で射出したところ、小球は板に垂直に入射して弾性衝突をした。このことから、電荷  $q$  の符号は  (1) で、 $v =$   (2) であることがわかる。その後も小球は、板と 2 回目以降の弾性衝突をくり返しながら、運動を続けた。 $n$  回目の衝突の起こる位置の  $x$  座標を  $x = R_n$  とすると、 $R_n =$   (3) ( $n, a$  を用いて表せ) であり、その衝突の直前の小球の運動量の  $x$  成分と  $y$  成分はそれぞれ  (4) ,  (5) ( $v$  を用いて解答してよい) である。ただし、衝突の前後で小球の電荷は変わらないとする。以下では、 $R_n$  を用いて解答してよい。

ソレノイドの磁束密度を時間的に変化させると、周囲の空間に電場（電界）が誘導され、ソレノイドを中心とした同心円状の電気力線が発生する。この電場によって、板との  $n$  回目の衝突の直前に小球を静止させることを考えよう。

$n$  回目の衝突の直前の非常に短い時間  $\Delta t$  の間、ソレノイドがその内部につくる磁束密度を  $B_1$  から  $B_1 + \Delta B_1$  まで一定の割合  $\frac{\Delta B_1}{\Delta t}$  で変化させて、その後は一定の値  $B_1 + \Delta B_1$  に保つ。この過程で誘導される電場は、小球の軌道とは無関係に決まる。今の場合、平面  $z = 0$  内で、原点  $O$  を中心とする半径  $R_n$  の円  $C$ （図参照）を考え、 $C$  上の各点において同じ強さの電場が  $C$  に沿って（接線方向に）誘導されることが知られている。 $C$  を仮想的な回路と見たとき、それを貫く磁束の時間変化から、 $C$  の一周にわたる誘導起電力は、 $V =$   (6) と求まる。ただし、誘導起電力の向きは、 $C$  の反時計まわり（図の  $C$  に描かれた矢印の向き）を正の向きとして、(6) は符号も含めて答えよ。板上の点  $(x, y, z) = (R_n, 0, 0)$  での誘導電場の  $y$  成分を  $E$  とすると、 $E$  と  $V$  との間に  (7) という関係式が成り立つので、時間  $\Delta t$  の間に小球がこの誘導電場から受ける力積の  $y$  成分は、 (8) ( $\Delta B_1$  を含む式で表せ) で与えられる。(7), (8) は符号も含めて答えよ。

$\Delta t$  は十分短く、誘導電場による力は撃力として扱えるとする、 $n$  回目の衝突の直前で小球を静止させるには、 $\Delta B_1 =$   (9) ( $B$  を含む式で、符号も含めて答えよ) とすればよいことがわかる。

[ 3 ] シリンダー内に、物質質量  $n$  [mol] の単原子分子理想気体が、気密を保ちつつなめらかに動くピストンによって閉じ込められている。図1はシリンダー内の気体の、圧力  $p$  [Pa] と体積  $V$  [m<sup>3</sup>] の変化の様子を示したものである。このシリンダーとは別に、絶対温度  $T_0$  [K]、物質質量  $n_0$  [mol] の単原子分子理想気体が入った、体積一定の容器（蓄熱器）がある（図2）。単原子分子理想気体の定積モル比熱を  $C_V$  [J/mol·K] とし、気体以外の物体の熱容量は無視できるとして、以下の問に答えよ。

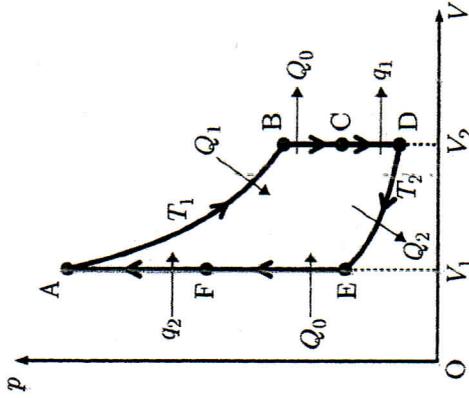


図1

I. A → B の過程では、シリンダーは蓄熱器とは接触せず（図2 (a)）、気体は絶対温度を  $T_1$  [K] に保ったまま、体積が  $V_1$  [m<sup>3</sup>] から  $V_2$  [m<sup>3</sup>] まで膨張する。この過程でシリンダー内の気体が外部から受け取った熱量  $Q_1$  [J] と、外部にした仕事  $W_1$  [J] との関係を図1の (1) に述べよ。また、その関係が成り立つ理由を、「熱力学の第1法則」、「内部エネルギー」、「等温変化」の三つの語句を用いて、解答用紙の (2) に述べよ。また、仕事  $W_1$  の大きさは解答用紙の (3) の図のどの部分の面積に等しいか、斜線で示せ。

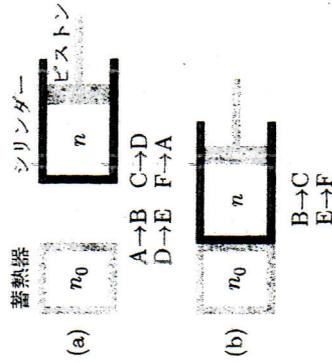
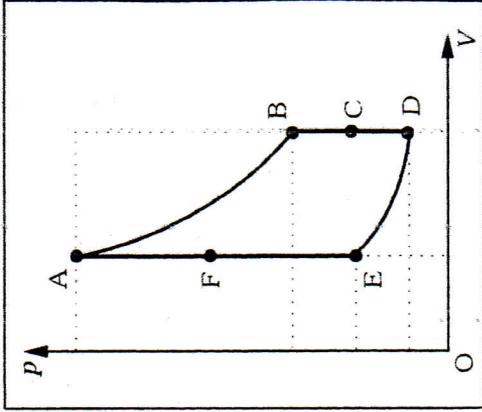


図2

[(3)の解答欄]



II. 以下の文章中の (4) から (10) までの欄の中に、適切な数式を入れて文章を完成せよ。ただし、数式は各欄に記載した文字のみを用いて表せ。

B → C の過程では、シリンダーは蓄熱器と接触し、シリンダー内の気体は体積一定のまま、温度  $T_0$  ( $T_0 < T_1$ ) の蓄熱器内の気体とのみ熱をやりとりする（図2 (b)）。その結果、シリンダー内の気体も蓄熱器内の気体も同じ温度になる。その温度を  $T_0'$  [K] とすると

$$T_0' = \text{〔4〕 } n, \tau_0 \times T_0 + \text{〔5〕 } n, \tau_0 \times T_1$$

となる。この過程でシリンダー内の気体が蓄熱器内の気体に与える熱量を  $Q_0$  [J] とする。

C → D の過程では、シリンダーは蓄熱器との接触を断たれ（図2 (a)）、シリンダー内の気体は、体積を一定に保ったまま、外部に熱量  $q_1$  を放出して絶対温度  $T_2$  [K] まで冷却される。

D → E の過程でも、シリンダーは蓄熱器と接触せず（図2 (a)）、シリンダー内の気体は温度を  $T_2$  に保ったまま、体積が  $V_1$  に戻るまで圧縮される。この過程ではシリンダー内の気体は外部から  $W_2$  [J] の仕事をされ、 $Q_2$  [J] の熱量を外部に放出する。このとき  $\frac{W_2}{W_1} = \text{〔6〕 } T_1, T_2$  である。

E→Fの過程では、シリンダーは温度  $T_0'$  の蓄熱器と再び接触し (図2 (b)), シリンダー内の気体は、体積一定のまま蓄熱器の気体から熱を受け取り、シリンダー内の気体も蓄熱器内の気体も同じ温度になる。もしこの温度が  $T_0$  に等しければ、蓄熱器内の気体は、B→Cの過程でシリンダー内の気体から受け取った熱量  $Q_0$  をシリンダー内の気体に返し、もとの状態に戻ったことになる。すなわち、蓄熱器は熱を再利用する役割を果たす。このようになるために、あらかじめ蓄熱器の最初の温度  $T_0$  をある値に設定しておいた。その値は、シリンダー内の気体の内部エネルギーの増加分  $(7) \quad n, C_V, T_0, T_2$  が  $Q_0$  に等しいという条件から求まり、

$$T_0 = (8) \quad n, n_0 \times T_1 + (9) \quad n, n_0 \times T_2$$

で与えられる。

F→Aの過程では、シリンダーは蓄熱器との接触が断たれ (図2 (a)), シリンダー内の気体は、体積一定のまま、外部から熱量  $q_2$  [J] を受け取って、もとの状態Aに戻る。

シリンダーと蓄熱器を合わせた系の熱効率  $e$  は、1 サイクルの間に外部にした仕事  $W_1 - W_2$  を、外部から受け取った熱の総量  $Q_1 + q_2$  で割ったものとして定義され、 $e$  は  $n_0$  に依存する関数、 $e = e(n_0)$  となる。熱を再利用するための蓄熱器がない場合、すなわち  $n_0 = 0$  の場合の熱効率を  $e_0$  と書けば、

$$\frac{e(n_0)}{e_0} = \frac{1 + \alpha(T_1 - T_2)}{1 + (10) \quad n, n_0 \times \alpha(T_1 - T_2)} \geq 1$$

となる。ここで  $\alpha = \frac{nC_V}{Q_1}$  である。この式から、蓄熱器のおかげで熱効率が改善されていることがわかる。